



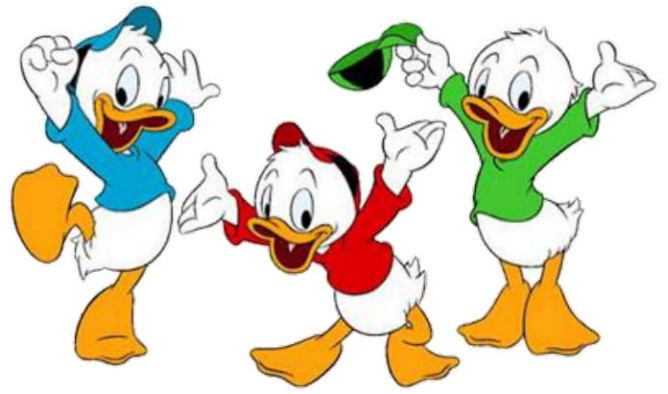
www.Cryp2Day.com  
موقع مذكرات جاهزة للطباعة

M

A

T

H



# المراجعة النهائية

الصف الثالث الإعدادي

الترم الأول ٢٠٢١

في

## الجبر والإحصاء



إعداد وتصميم

محمود عوض حسن

٠١٢٠٢٥٦٠٢٣٩

## قواعد على التناسب

♦ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة فإن:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} \text{ ومنها } أ = ج م ، ب = د م$$

♦ إذا كان  $س^2 = ٣ص$  فإن:  $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٢}$  ∴  $س = ٣م$  ،  $ص = ٢م$

♦ إذا كان  $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$  فإن:

$$س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م$$

♦ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل فإن:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = م$$

$$\text{ومنها } ج = د م ، ب = د م^2 ، أ = د م^3$$

♦ إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، ج فإن:

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = م \text{ ومنها } ب = ج م ، أ = ج م^2$$

♦ الوسط المتناسب بين عددين  $± = \sqrt{\text{الأول} \times \text{الثالث}}$

♦ عند التعويض: إذا كان  $أ = ب م$  فإن  $أ^2 = ب^2 م^2$

(حط التربيع على ب ، م)

$$\text{و إذا كان } ب = د م^2 \text{ فإن } ب^2 = د م^4$$

♦ إذا كانت النسبة بين عددين ٣ : ٧

فإننا نفرض أن العددين هما ٣م ، ٧م

♦ لإثبات أن أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة نثبت أن  $\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د}$

## خطوات حل مسائل التناسب المباشرة :

١- تكوين تناسب

٢- إيجاد قيم

٣- التعويض بالقيم

٤- إخراج ع م أ

٥- الاختصار

## ملاحظات على الضرب الديكارتي

- $س \times ص \neq ص \times س$
- $ن (س \times ص) = ن (س) \times ن (ص)$
- $ن (س^2) = ن (س \times س) = ن (س) \times ن (س)$

## تساوي زوجين مرتبين

إذا تساوى زوجين مرتبين فإن :

المسقط الأول = المسقط الأول والثاني = الثاني

مثال ١: إذا كان  $(س ، ٣) = (٥ ، ص)$

$$\text{فإن } س = ٥ ، ص = ٣$$

مثال ٢: إذا كان  $(س - ٢ ، ١٠) = (٧ ، ص + ٢)$

$$\text{فإن } س - ٢ = ٧ \Rightarrow س = ٩$$

$$ص + ٢ = ١٠ \Rightarrow ص = ٨$$

## ملاحظات على الدالة

✱ يقال لعلاقة من س إلى ص أنها دالة إذا كان :

- ❖ كل عنصر من س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط
- ❖ أو كل عنصر من ص يخرج منه سهم واحد فقط

✱ إذا كانت دالة من س إلى ص فإن :

- ❖ المجال هو عناصر س
- ❖ والمجال المقابل هو عناصر ص
- ❖ المدى : هو مجموعة صور عناصر المجال س

تعليم رياضيات - محمود عوض

• إذا كان المستقيم يقطع محور السينات :

نفهم أن المسقط الثاني ص = صفر

• إذا كان المستقيم يقطع محور الصادات :

نفهم أن المسقط الأول س = صفر

• لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات :

نعوض في قاعدة الدالة عن ص = ٠

• لإيجاد نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات :

نعوض في قاعدة الدالة عن س = ٠

• في الدالة التربيعية  $د(س) = أس^2 + ب س + ج$

$$\text{نقطة رأس المنحنى} = \left( -\frac{ب}{٢أ} ، -\frac{ب^2}{٤أ} \right)$$

## التغير العكسي

♦ إذا كانت ص  $\propto \frac{1}{س}$  فإن:

قانون القيمة	قانون الثابت	قانون العلاقة
$\frac{ص١}{س١} = \frac{ص٢}{س٢}$	$م = ص \times س$	$ص س = م$

♦ يمكن كتابة العلاقة العكسية على الصورة  $ص = \frac{م}{س}$

♦ لإثبات أن ص  $\propto \frac{1}{س}$  نثبت أن ص س = ثابت

## التغير الطردى

♦ إذا كانت ص  $\propto س$  فإن:

قانون القيمة	قانون الثابت	قانون العلاقة
$\frac{ص١}{س١} = \frac{ص٢}{س٢}$	$م = \frac{ص}{س}$	$ص = م س$

♦ العلاقة الطردية يمثلها مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠،٠)

♦ إذا كانت ص  $\propto س٢$  فإن الثابت  $م = \frac{ص}{س٢}$

والعلاقة هي  $ص = م س٢$

♦ لإثبات أن ص  $\propto س$  نثبت أن  $ص = م س$  (ثابت) س

## التشتت

تصميم محمود عوض  
معلم رياضيات

تصميم محمود عوض  
معلم رياضيات

٢ الانحراف المعياري  $\sigma$ 

♦ هو الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي

♦ هو أكثر مقاييس التشتت انتشارا وأدقها.

♦ إذا تساوت جميع المفردات فإن: الانحراف  $\sigma = 0$

## ١ المدى

♦ هو أبسط مقاييس التشتت وأسهلها.

♦ وهو الفرق بين أكبر القيم وأصغرها.

**المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة**

مثال: المدى للقيم ٢٣، ٢٢، ١٥، ١٨، ١٧ هو  $٢٣ - ١٥ = ٨$

[www.Cryp2Day.com](http://www.Cryp2Day.com)

موقع مذكرات جاهزة للطباعة

## حساب الانحراف المعياري للجدول التكراري

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2 ك}{\sum ك}}$$

حيث:  $\bar{س}$  الوسط الحسابي ، ك التكرار

$$\text{لحساب الوسط } \bar{س} = \frac{\sum (س \times ك)}{\sum ك}$$

## ملاحظات للحل

- ♦ نكون جدول من ٦ أعمدة
- ♦ العمود الأول س نكتب فيه أرقام الصف الأول من المسألة
- ♦ العمود الثاني ك نكتب فيه أرقام الصف الثاني من المسألة
- ♦ نملا أول ثلاثة أعمدة ثم نحسب الوسط  $\bar{س}$  ثم نكمل الجدول

## حساب الانحراف المعياري لمجموعة من القيم

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \bar{س})^2 ن}{ن}}$$

حيث:  $\bar{س}$  الوسط الحسابي ، ن عدد القيم

$$\text{لحساب الوسط } \bar{س} = \frac{\sum \text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$$

## ملاحظات للحل

- ♦ نكون جدول مكون من ٣ أعمدة
- ♦ العمود الأول س : نكتب فيه القيم التي في المسألة
- ♦ نحسب الوسط  $\bar{س}$  قبل أن نملا الجدول



٢ إذا كانت  $\{٤, ٣\} = \text{س}$  ،  $\{٥, ٤\} = \text{ص}$  ،

ع ،  $\{٥, ٦\} = \text{ع}$  ، فأوجد :

$$(١) \text{س} \times (\text{ص} \cap \text{ع}) \quad (٢) (\text{س} - \text{ص}) \times \text{ع}$$

**الحل**

التجهيز:  $(\text{ص} \cap \text{ع}) = \{٥\}$  ،  $\text{س} - \text{ص} = \{٣\}$

$$\text{س} \times (\text{ص} \cap \text{ع}) = \{٥\} \times \{٤, ٣\} =$$

$$\{(٥, ٤), (٥, ٣)\} =$$

$$(\text{س} - \text{ص}) \times \text{ع} = \{٣\} \times \{٥, ٦\} =$$

$$\{(٥, ٣), (٦, ٣)\} =$$

١ إذا كانت  $\text{س} \times \text{ص} = \{(٧, ٢), (٥, ٢), (٢, ٢)\}$

أوجد : (١)  $\text{ص}$  (٢)  $\text{س} \times \text{ص}$

$$(٣) \text{ن} (\text{ص}^٢)$$

**الحل**

$$\text{ص} = \{٧, ٥, ٢\}$$

$$\text{س} \times \text{ص} = \{(٢, ٧), (٢, ٥), (٢, ٢)\}$$

$$\text{ن} (\text{ص}^٢) = ٣ \times ٣ = ٩$$

٤ إذا كانت  $\{٦, ٥, ١\} = \text{س}$  ،  $\{٥, ٤, ٢\} = \text{ص}$  ،

فأوجد : (١)  $\text{ص} \times \text{س}$  ومثله بمخطط سهمي

$$(٢) \text{ن} (\text{س} \times \text{ص})$$

**الحل**

$$\text{ص} \times \text{س} = \{(١, ٤), (٦, ٢), (٥, ٢), (١, ٢)\}$$

$$\{(٦, ٥), (٥, ٥), (١, ٥), (٦, ٤), (٥, ٤)\}$$

مثل المخطط بنفسك

$$\text{ن} (\text{س} \times \text{ص}) = \text{ن} (\text{س}) \times \text{ن} (\text{ص}) = ٣ \times ٣ = ٩$$

٣ إذا كانت  $\{٥, ٢\} = \text{س}$  ،  $\{٢, ١\} = \text{ص}$  ،

فأوجد :  $\{٣\} = \text{ع}$  ،

$$(١) \text{ن} (\text{س} \times \text{ع}) \quad (٢) (\text{ص} \cap \text{س}) \times \text{ع}$$

**الحل**

$$\text{ن} (\text{س} \times \text{ع}) = \text{ن} (\text{س}) \times \text{ن} (\text{ع}) = ٢ \times ١ = ٢$$

$$\text{التجهيز: } (\text{ص} \cap \text{س}) = \{٢\}$$

$$(\text{ص} \cap \text{س}) \times \text{ع} = \{٢\} \times \{٣\} = \{(٣, ٢)\}$$

٦ إذا كانت  $\{١, -٢\} = \text{س}$  ،  $\{٠, ٤\} = \text{ص}$  ،

ع ،  $\{٢, -٥, ٤\} = \text{ع}$  ،

فأوجد : (١)  $\text{س} \times \text{ص}$  (٢)  $\text{س}^٢$

$$(٣) \text{ن} (\text{س} \times \text{ع}) \quad (٤) \text{ن} (\text{ع}^٢) \quad (٥) \text{ن} (\text{ص}^٢)$$

**الحل**

$$\text{س} \times \text{ص} = \{(٠, ١-), (٤, ١-), (٠, ٢), (٤, ٢)\}$$

$$\text{س}^٢ = \{(١-, ١-), (٢, ١-), (١-, ٢), (٢, ٢)\}$$

$$\text{ن} (\text{س} \times \text{ع}) = \text{ن} (\text{س}) \times \text{ن} (\text{ع}) = ٣ \times ٢ = ٦$$

$$\text{ن} (\text{ع}^٢) = \text{ن} (\text{ع}) \times \text{ن} (\text{ع}) = ٣ \times ٣ = ٩$$

$$\text{ن} (\text{ص}^٢) = \text{ن} (\text{ص}) \times \text{ن} (\text{ص}) = ٢ \times ٢ = ٤$$

٥ إذا كانت  $\{٣, ٢\} = \text{س}$  ،  $\{٥, ٤, ٣\} = \text{ص}$  ،

فأوجد : (١)  $\text{س} \times \text{ص}$

$$(٢) (\text{س} \times \text{ص}) \cap \text{ص}^٢$$

**الحل**

$$\text{س} \times \text{ص} = \{(٣, ٣), (٥, ٢), (٤, ٢), (٣, ٢)\}$$

$$\{(٥, ٣), (٤, ٣)\}$$

$$\text{ص}^٢ = \{(٤, ٤), (٣, ٤), (٥, ٣), (٤, ٣), (٣, ٣)\}$$

$$\{(٥, ٥), (٤, ٥), (٣, ٥), (٥, ٤)\}$$

$$(\text{س} \times \text{ص}) \cap \text{ص}^٢ = \{(٥, ٣), (٤, ٣), (٣, ٣)\}$$

إذا كانت س = { ٣، ٢، ١ } ، ص = { ١، ١/٣، ١/٢، ١/٥ }  
وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن  
العدد أ هو المعكوس الضربي للعدد ب  
♦ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي  
♦ بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (١، ١)، (٢، ١/٢)، (٣، ١/٣) }  
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج  
منه سهم واحد فقط .  
المدى = { ١، ١/٢، ١/٣ }

إذا كانت س = { ٣، ٢، ١، ٠، ١- } ،  
ص = { ٩، ٦، ٤، ١، ٠ } وكانت ع علاقة من س إلى ص  
حيث أ ع ب تعني أن " أ = ب "   
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي، وهل ع دالة أم لا ،  
ولماذا؟ وإذا كانت دالة اكتب مداها.

الحل

بيان ع = { (١، ٣)، (٢، ٤)، (٣، ٦)، (٠، ١)، (١-، ٠) }  
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج  
منه سهم واحد فقط .  
المدى = { ٩، ٤، ١، ٠ }

إذا كانت س = { ٥، ٤، ٣، ١ } ،  
ص = { ٦، ٥، ٤، ٣، ٢، ١ } وكانت ع علاقة  
من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن أ + ب = ٧  
(١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي  
(٢) بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (١، ٦)، (٢، ٥)، (٣، ٤)، (٤، ٣) }  
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج  
منه سهم واحد فقط .  
المدى = { ٦، ٥، ٤، ٣ }

إذا كانت س = { ٥، ٣، ٢ } ،  
ص = { ١٠، ٨، ٦، ٤ } وكانت ع علاقة من س  
إلى ص حيث أ ع ب تعني أن " أ = ٢ ب "   
(١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي  
(٢) بين أن ع دالة واكتب مداها

الحل

بيان ع = { (١، ٤)، (٢، ٦)، (٣، ٨) }  
ع دالة لأن كل عنصر من س خرج  
منه سهم واحد فقط .  
المدى = { ١٠، ٦، ٤ }

إذا كانت س = { ٥، ٣، ١ } ،  
وكانت ع علاقة معرفة على س  
وكان بيان ع = { (١، ٣)، (٢، ١)، (٣، ٥) }  
(١) أوجد مدى الدالة  
(٢) أوجد القيمة العددية للمقدار أ + ب

الحل

مدى الدالة هو الأرقام الموجودة في المسقط الثاني  
المدى = { ٥، ١، ٣ }

العلاقة دالة يبقى لازم كل عنصر من س يظهر  
كمسقط أول مرة واحدة فقط ..  
العنصر ١ ظهر يبقى أ ، ب هما ٣ ، ٥

$$٨ = ٥ + ٣ = أ + ب$$

١

إذا كانت د(س) = ٤س + ب وكان د(٣) = ١٥

أوجد قيمة ب

الحل

د(٣) = ١٥ معناها انك لما تعوض في الدالة عن س = ٣ الناتج هيساوى ١٥

$$١٥ = ٤س + ب$$

$$١٥ = ١٢ + ب \quad \therefore ٣ = ب$$

٢

إذا كانت النقطة (أ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٤س - ٥ فأوجد قيمة أ

الحل

من الزوج (أ، ٣) نأخذ س = أ ، د(س) = ٣ بالتعويض في الدالة

$$٣ = ٤أ - ٥$$

$$٨ = ٤أ \quad \leftarrow ٥ + ٣ = ٤أ$$

$$\therefore ٢ = أ$$

٣

إذا كانت د(س) = ٣س - ٢ ، ر(س) = ٣ - س

فأوجد د(٢) + ر(٢)

الحل

$$د(٢) = (٢) - ٢ = ٠ \quad ر(٢) = ٣ - ٢ = ١$$

$$٠ + ١ = ١$$

$$١ - ٢ = -١$$

$$١ - ١ = ٠$$

٤

إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح حيث د(س) = ٦س - أ يقطع محور الصادات في النقطة (ب، ٣) فأوجد قيمتى أ، ب

الحل

المستقيم يقطع محور الصادات ب = ٠

من الزوج (ب، ٣) نعوض عن س = ٠ ، ص = ٣

$$٣ = ٦ \times ٠ - أ$$

$$٣ = -أ \quad \leftarrow ٣ = أ$$

٥

إذا كانت س = {٠، ١، ٣} ، ص = {٣، ٤، ٥، ٧}

وكانت د : س ← ص حيث د(س) = ٥ - س فأوجد صور عناصر س بالدالة د .

الحل

لإيجاد صور عناصر س نعوض في الدالة عن قيم س

$$د(٠) = ٥ - ٠ = ٥$$

$$د(١) = ٥ - ١ = ٤$$

$$د(٣) = ٥ - ٣ = ٢$$

∴ صور عناصر س (هي المدى) = {٢، ٤، ٥}

إذا كانت س = {٢، ٣، ٤} ، ص = {٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨} وكانت د : س ← ص حيث د(س) = ٩ - س فأوجد بيان الدالة د ثم أوجد المدى .

الحل

نعوض في الدالة د(س) = ٩ - س عن قيم المجموعة س

$$د(٢) = ٩ - ٢ = ٧$$

$$د(٣) = ٩ - ٣ = ٦$$

$$د(٤) = ٩ - ٤ = ٥$$

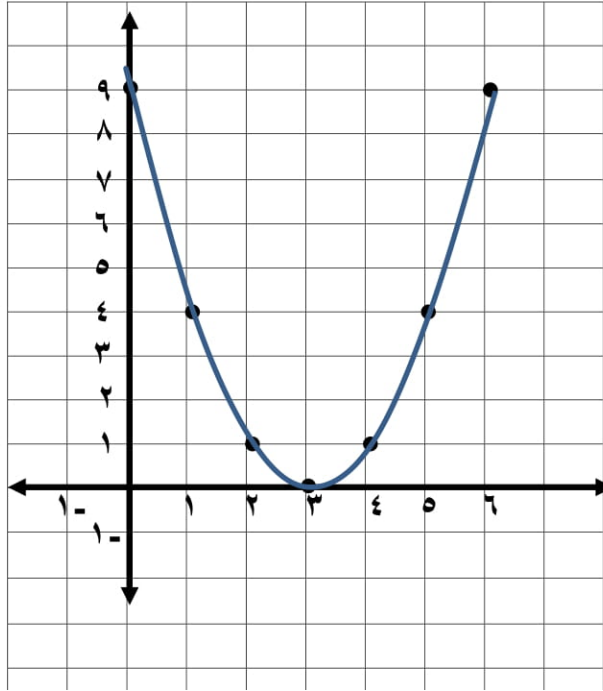
$$بيان د = \{(٢، ٧)، (٣، ٦)، (٤، ٥)\}$$

$$المدى = \{٥، ٦، ٧\}$$



مثل بيانيا الدالة د(س) = (س - ٣)²  
 متخذًا س ∈ [٠، ٦] ومن الرسم استنتج :  
 (١) نقطة رأس المنحنى (٢) القيمة الصغرى للدالة  
 (٣) معادلة محور التماثل

الحل



محمود عوض  
 معلم رياضيات

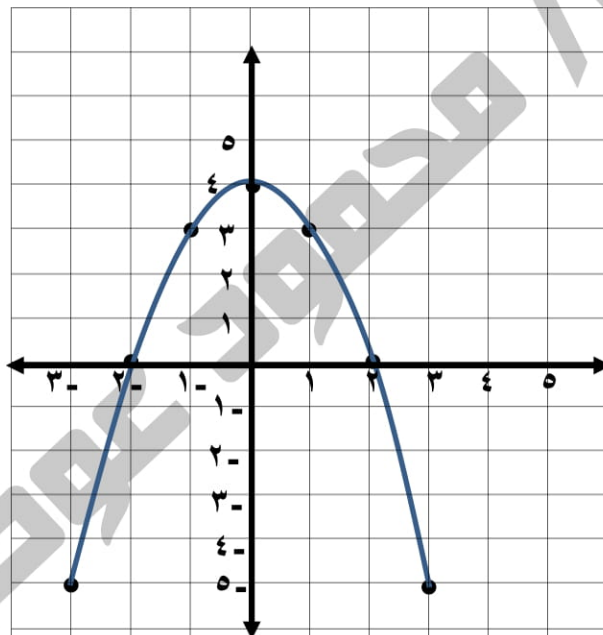
س	(س - ٣)²	ص
٠	(٣ - ٠)²	٩
١	(٣ - ١)²	٤
٢	(٣ - ٢)²	١
٣	(٣ - ٣)²	٠
٤	(٣ - ٤)²	١
٥	(٣ - ٥)²	٤
٦	(٣ - ٦)²	٩

رأس المنحنى = (٣، ٠)

معادلة محور التماثل س = ٣

القيمة الصغرى = ٠

مثل بيانيا الدالة د(س) = ٤ - س²  
 متخذًا س ∈ [-٣، ٣] ومن الرسم استنتج :  
 (١) نقطة رأس المنحنى (٢) القيمة الصغرى أو العظمى  
 (٣) معادلة محور التماثل



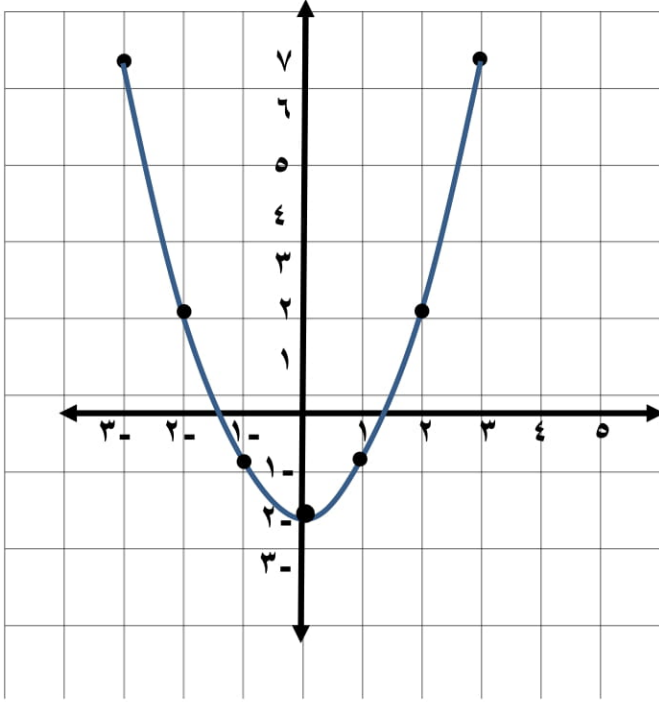
س	٤ - س²	ص
-٣	٤ - (٣)²	-٥
-٢	٤ - (٢)²	-٠
-١	٤ - (١)²	٣
٠	٤ - (٠)²	٤
١	٤ - (١)²	٣
٢	٤ - (٢)²	-٠
٣	٤ - (٣)²	-٥

رأس المنحنى = (٠، ٤)

معادلة محور التماثل س = ٠

القيمة العظمى = ٤

مثل بيانيا الدالة  $د(س) = س^2 - ٢$   
 متخذاً  $س \in [-٣, ٣]$  ومن الرسم استنتج :  
 (١) نقطة رأس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل  
 (٣) القيمة الصغرى أو العظمى



تفهم  
معلم رياضيات  
محمود عوض

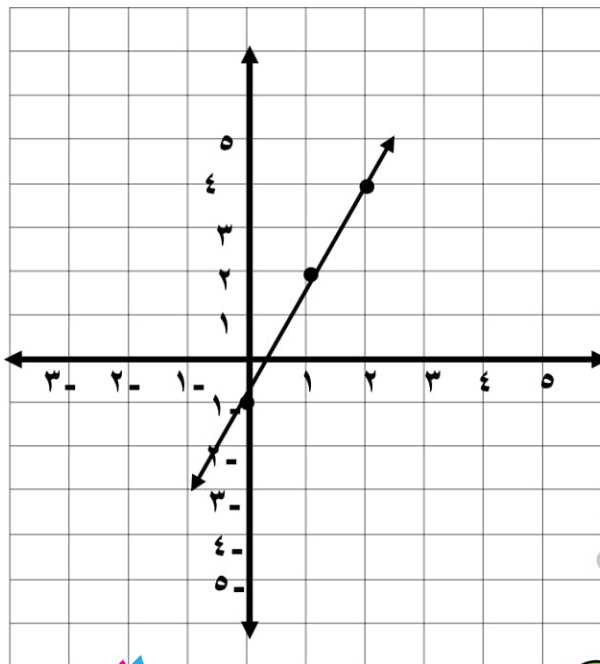
س	$س^2 - ٢$	ص
٣-	$٢ - (٣-)^2$	٧
٣-	$٢ - (٢-)^2$	٢
١-	$٢ - (١-)^2$	١-
٠	$٢ - (٠)^2$	٢-
١	$٢ - (١)^2$	١-
٢	$٢ - (٢)^2$	٢
٣	$٢ - (٣)^2$	٧

رأس المنحنى  $(٠, -٢)$

معادلة محور التماثل  $س = ٠$

القيمة الصغرى  $-٢ =$

مثل بيانيا الدالة  $د(س) = ٣س - ١$   
 وأوجد نقطة تقاطع المستقيم مع محوري الإحداثيات



في الدالة الخطية نفرض أى ٣ قيم لـ س

س	$٣س - ١$	ص
٠	$٣ \times ٠ - ١$	١-
١	$٣ \times ١ - ١$	٢
٢	$٣ \times ٢ - ١$	٤

لإيجاد نقطة التقاطع مع محور السينات نعوض عن ص = ٠

$$٠ = ٣س - ١ \quad ١ = ٣س \quad س = \frac{١}{٣}$$

نقطة التقاطع مع محور السينات  $(\frac{١}{٣}, ٠)$

نقطة التقاطع مع محور الصادات  $(٠, -١)$



٢ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١

فإنها تصبح ٢ : ٣

**الحل**

نفرض أن العدد = س

$$\frac{2}{3} = \frac{7 + س}{11 + س} \quad (\text{مقص})$$

$$٢٢ + ٢س = ٢١ + ٣س$$

$$٢١ - ٢٢ = ٣س - ٢س$$

$$١ = ٣س - ٢س \quad \therefore \text{العدد هو } ١$$

١ أعددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ ، إذا طرح منهما

٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣ ، أوجد العددين؟

**الحل**

نفرض أن العددين هما ٣م ، ٧م

$$\therefore \frac{١}{٣} = \frac{٥ - ٣م}{٥ - ٧م} \quad (\text{مقص})$$

$$٥ - ٣م = ١٥ - ٢١م$$

$$١٥ + ٥ = ٢١م - ٣م$$

$$١٠ = ١٨م \quad ١٠ = ٢م$$

$$\therefore \text{العدد الأول} = ٣م = ٣ \times ٥ = ١٥$$

$$\therefore \text{العدد الثانى} = ٧م = ٧ \times ٥ = ٣٥$$

٤ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من الأعداد

٣ ، ٥ ، ٨ ، ، ١٢ فإنها تكون متناسبة

**الحل**

نفرض أن العدد = س

$$\frac{٣ + س}{٥ + س} = \frac{٨ + س}{١٢ + س} \quad (\text{مقص})$$

$$٣٦ + ٣س + ١٢س + ١٢س = ٤٠ + ٨س + ٥س + ٥س$$

$$٤٠ + ١٣س = ٣٦ + ١٥س$$

$$٣٦ - ٤٠ = ١٥س - ١٣س$$

$$٢ = ٢س \quad \therefore \text{العدد هو } ٢$$

٣ أوجد الرابع المتناسب للأعداد ٤ ، ١٢ ، ١٦

**الحل**

نفرض أن الرابع المتناسب هو س

الكميات هي: ٤ ، ١٢ ، ١٦ ، س

$$\therefore \frac{١٦}{س} = \frac{٤}{١٢}$$

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$١٦ \times ١٢ = ٤ \times س$$

$$\therefore س = \frac{١٦ \times ١٢}{٤} = ٤٨$$

إذا كانت أ ، ب ، ج ، د فى تناسب متسلسل

$$\text{فانثبت أن: } \frac{ب}{أ} = \frac{ج - د}{ج - أ}$$

**الحل**

$$\frac{ب}{أ} = \frac{ج}{د} = \frac{أ}{م}$$

$$ج = د م ، ب = د م ، أ = د م$$

$$\frac{د}{م} = \frac{ج - د}{ج - أ} = \frac{د م - د م}{د م - د م} = \frac{د(١ - م)}{د(١ - م)} = \frac{د}{م}$$

$$\frac{د}{م} = \frac{د \times د م}{د م} = \frac{د ب}{أ} = \frac{د ب}{أ} \quad \text{الأيمن} = \frac{د}{م} \quad \text{الأيسر}$$

٥ إذا كانت  $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$  فانثبت أن :

$$\frac{١}{٢} = \frac{٢ص - ٣ع}{ع + ٢ص}$$

**الحل**

$$س = ٣م ، ص = ٤م ، ع = ٥م$$

$$\frac{٢ص - ٣ع}{ع + ٢ص} = \frac{٢(٤م) - ٣(٥م)}{٥م + ٢(٤م)}$$

$$= \frac{٨م - ١٥م}{٥م + ٨م} = \frac{-٧م}{١٣م}$$

$$\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦} = \frac{٣م}{٦م} = \frac{٨م - ١٥م}{١٣م} = \frac{-٧م}{١٣م}$$

٨ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة

$$\text{فأثبت أن } \frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د-ج}$$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} \quad أ = ج \cdot د \quad ب = د \cdot م$$

$$\frac{ج \cdot د}{د \cdot م} = \frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د-ج}$$

$$\frac{ج}{د-ج} = \frac{ج \cdot د}{د \cdot م} = \frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب}$$

٧ إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، ج فأثبت

$$\text{أن } \frac{أ-ب}{ب} = \frac{ب}{ج-ب}$$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = م \quad ب = ج \cdot م \quad أ = ج \cdot م^2$$

$$\frac{أ-ب}{ب} = \frac{ج \cdot م^2 - ج \cdot م}{ج \cdot م} = \frac{ج \cdot م (م-1)}{ج \cdot م} = \frac{م-1}{1}$$

$$\frac{ب}{ج-ب} = \frac{ج \cdot م}{ج - ج \cdot م} = \frac{ج \cdot م}{ج(1-م)} = \frac{م}{1-م}$$

$$\frac{ب}{ج-ب} = \frac{ج \cdot م}{ج(1-م)} = \frac{م}{1-م} = \frac{أ-ب}{ب}$$

$$\frac{م}{1-م} =$$

الأيمن = الأيسر

٩ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل

$$\text{فأثبت أن } \frac{أ-ب}{ب} = \frac{ب-ج}{ج} = \frac{ج-د}{د}$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = م$$

$$ج = د \cdot م \quad ب = ج \cdot م = د \cdot م^2 \quad أ = ب \cdot م = د \cdot م^3$$

$$\frac{أ-ب}{ب} = \frac{د \cdot م^3 - د \cdot م^2}{د \cdot م^2} = \frac{د \cdot م^2 (م-1)}{د \cdot م^2} = \frac{م-1}{1}$$

$$\frac{ب-ج}{ج} = \frac{د \cdot م^2 - د \cdot م}{د \cdot م} = \frac{د \cdot م (م-1)}{د \cdot م} = \frac{م-1}{1}$$

$$\frac{ج-د}{د} = \frac{د \cdot م - د}{د} = \frac{د (م-1)}{د} = \frac{م-1}{1}$$

$$\frac{أ-ب}{ب} = \frac{ب-ج}{ج} = \frac{ج-د}{د} = \frac{م-1}{1}$$

$$\frac{أ-ب}{ب} = \frac{ب-ج}{ج} = \frac{ج-د}{د} = \frac{م-1}{1}$$

٩ إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل

$$\text{فأثبت أن } \frac{أ-ب}{ب} = \frac{ب-ج}{ج} = \frac{ج-د}{د}$$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = م$$

$$ج = د \cdot م \quad ب = ج \cdot م = د \cdot م^2 \quad أ = ب \cdot م = د \cdot م^3$$

$$\frac{أ-ب}{ب} = \frac{د \cdot م^3 - د \cdot م^2}{د \cdot م^2} = \frac{د \cdot م^2 (م-1)}{د \cdot م^2} = \frac{م-1}{1}$$

$$\frac{ب-ج}{ج} = \frac{د \cdot م^2 - د \cdot م}{د \cdot م} = \frac{د \cdot م (م-1)}{د \cdot م} = \frac{م-1}{1}$$

$$\frac{ج-د}{د} = \frac{د \cdot م - د}{د} = \frac{د (م-1)}{د} = \frac{م-1}{1}$$

∴ الأيمن = الأيسر

١١

إذا كانت أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة  
فأثبت أن  $\frac{أ٣ - ب٣}{أ٥ + ب٣} = \frac{ج٣ - د٣}{ج٥ + د٣}$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} = م \quad أ = ج \cdot م \quad ب = د \cdot م$$

$$\frac{أ٣ - ب٣}{أ٥ + ب٣} = \frac{ج٣ - د٣}{ج٥ + د٣} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{ج٣ - د٣}{ج٥ + د٣} = \frac{(ج - د)(ج٢ + ج \cdot د + د٢)}{(ج + د)(ج٢ + ج \cdot د + د٢)} = \frac{ج - د}{ج + د}$$

$$\frac{أ٣ - ب٣}{أ٥ + ب٣} = \frac{ج٣ - د٣}{ج٥ + د٣} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{أ٣ - ب٣}{أ٥ + ب٣} = \frac{ج٣ - د٣}{ج٥ + د٣} = \frac{ج - د}{ج + د}$$

∴ الأيمن = الأيسر

١٢

إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ ، ج  
فأثبت أن  $\frac{أ}{ب} = \frac{أ٢ + ب٢}{ب٢ + ج٢}$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = م \quad ب = ج \cdot م \quad أ = ج \cdot م٢$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ٢ + ب٢}{ب٢ + ج٢} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{ج \cdot م٢}{ج \cdot م} = \frac{ج٢ \cdot م٤ + ج٢ \cdot م٢}{ج٢ \cdot م٢ + ج٢ \cdot م٢} = \frac{ج \cdot م٢}{ج \cdot م}$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج \cdot م٢}{ج \cdot م} = \frac{أ٢ + ب٢}{ب٢ + ج٢} \quad \text{الأيمن}$$

∴ الأيمن = الأيسر

محمود عوض  
معلم رياضيات

١٣

إذا كانت أ ، ب ، ج ، د فى كميات متناسبة  
فأثبت أن  $\frac{أ}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - د}$

الحل

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} = م$$

$$أ = ج \cdot م \quad ب = د \cdot م$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - د} \quad \text{الأيمن}$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{أ - ج}{ب - د} = \frac{ج \cdot م - ج}{د \cdot م - د} = \frac{ج(م - ١)}{د(م - ١)} = \frac{ج}{د}$$

$$\frac{أ}{ب} = \frac{ج}{د} = \frac{أ - ج}{ب - د}$$

∴ الأيمن = الأيسر

١٤

إذا كانت  $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$  فأثبت أن :  
 $\sqrt{٣س٣ + ٣ص٣ + ٣ع٣} = ٢س + ٣ص$

الحل

$$\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥} = م \quad س = ٣م \quad ص = ٤م \quad ع = ٥م$$

$$\sqrt{٣س٣ + ٣ص٣ + ٣ع٣} = \text{الأيمن}$$

$$\sqrt{٣(٣م)٣ + ٣(٤م)٣ + ٣(٥م)٣} =$$

$$\sqrt{٣ \cdot ٢٧م٣ + ٣ \cdot ٦٤م٣ + ٣ \cdot ١٢٥م٣} =$$

$$\sqrt{٨١م٣ + ١٩٢م٣ + ٣٦٧م٣} =$$

$$\sqrt{٦٤٠م٣} = \text{الأيمن}$$

$$٨م٣ + ٤م٣ = ١٢م٣$$

∴ الأيمن = الأيسر



إذا كانت ص  $\propto \frac{1}{س}$  وكانت ص = ٣ عندما س = ٢  
أوجد : (١) العلاقة بين س ، ص  
(٢) قيمة ص عندما س = ١,٥

الحل

$$ص \propto \frac{1}{س} \quad \therefore \quad ص \times س = م$$

$$م = ص \times س = ٣ \times ٢ = ٦$$

العلاقة هي : ص س = ٦

بالتعويض عن س = ١,٥

$$ص \times ١,٥ = ٦ \quad \therefore \quad ص = ٤$$

إذا كانت ص  $\propto س$  وكانت ص = ٦ عندما س = ٣  
أوجد : (١) العلاقة بين س ، ص  
(٢) قيمة ص عندما س = ٥

الحل

$$ص \propto س \quad \therefore \quad ص = م \times س$$

$$م = \frac{ص}{س} = \frac{٦}{٣} = ٢$$

العلاقة هي : ص = ٢ س

بالتعويض عن س = ٥

$$ص = ٢ \times ٥ = ١٠$$

٤ من بيانات الجدول التالى أجب:

٦	٤	٢	س
٢	٣	٦	ص

(١) بين نوع التغير بين ص ، س

(٢) أوجد ثابت التناسب

(٣) أوجد قيمة ص عندما س = ٣

الحل

(١) نوع التغير عكسى (لأنه كلما زادت س نقصت ص)

(٢) ثابت التناسب = ص  $\times$  س = ٦  $\times$  ٢ = ١٢

(٣) بالتعويض عن س = ٣ في العلاقة ص س = ١٢

$$ص \times ٣ = ١٢ \quad \therefore \quad ص = ٤$$

٣ إذا كانت ص تتغير طرديا بتغير س

وكانت ص = ١٤ عندما س = ٤٢

أوجد : (١) العلاقة بين س ، ص

(٢) قيمة س عندما ص = ٢٠

الحل

$$ص \propto س \quad \therefore \quad ص = م \times س$$

$$م = \frac{ص}{س} = \frac{١٤}{٤٢} = \frac{١}{٣}$$

العلاقة هي : ص =  $\frac{١}{٣}$  س

$$٢٠ = \frac{١}{٣} س \quad \therefore \quad س = ٢٠ \times ٣ = ٦٠$$

٦ إذا كان : س<sup>٤</sup> ص<sup>٢</sup> - س<sup>١</sup> ص<sup>٤</sup> + ٤٩ = ٠

فأثبت أن : ص  $\propto \frac{١}{س^٢}$

الحل

بتحليل المقدار المربع الكامل

(س<sup>٢</sup> ص<sup>٢</sup> - ٧ ص<sup>٢</sup>) = ٠ بأخذ الجذر التربيعى للطرفين

$$س^٢ ص^٢ - ٧ ص^٢ = ٠$$

$$س^٢ ص^٢ = ٧ ص^٢$$

$$\therefore \quad ص \propto \frac{١}{س^٢}$$

٥ إذا كان :  $\frac{٢١س - ص}{س - ع} = \frac{ص}{ع}$  فاثبت أن : ص  $\propto ع$

الحل

حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

$$٢١س - ع = ص \times \frac{٢١س - ص}{ع}$$

$$٢١س - ع = ص \times \frac{٢١س - ص}{ع}$$

$$٢١س - ع = ص \times \frac{٢١س - ص}{ع}$$

$$\therefore \quad ص \propto ع$$

١

إذا كانت  $\frac{أ + ب}{٣} = \frac{ب + ج}{٦} = \frac{ج + د}{٥}$   
فأثبت أن:  $\frac{أ + ب + ج}{١} = ٧$

الحل

بجمع : النسبة الأولى + الثانية + الثالثة  
 $\frac{أ + ب + ب + ج + ج + د}{٣ + ٦ + ٥} = \frac{أ + ب + ج + د}{١٤}$   
 $\frac{٢(أ + ب + ج + د)}{١٤} = \frac{أ + ب + ج + د}{٧}$  إحدى النسب ١  
 نجمع النسبتين اللى فيهم أ - النسبة الثانية  
 $\frac{أ + ب + ج + د + ج - ب - أ}{٦ - ٥ + ٣} = \frac{٢ج}{٢} = ج$  إحدى النسب ٢  
 من ١، ٢ ينتج أن  $\frac{أ + ب + ج}{٧} = ١$   $\therefore \frac{أ + ب + ج}{١} = ٧$

٤

إذا كان: ص = أ - ٩، ص  $\times \frac{١}{٢}$  س وكان أ = ١٨ عندما  
 $\frac{٢}{٣} = س$  فأوجد العلاقة بين س، ص ثم استنتج قيمة ص

الحل

$\therefore$  ص  $\times \frac{١}{٢}$  س  $\therefore$  ص  $\times \frac{١}{٢} = س$   
 بالتعويض عن ص = أ - ٩  
 $س = (أ - ٩) \times \frac{١}{٢}$   $س = (٩ - ١٨) \times \frac{١}{٢}$   
 $س = -٤.٥$   
 $\therefore$  العلاقة هي ص = س  $\times ٢$   
 عندما س = ١ ص = ٢  $\times ١ = ٢$  ص = ٢

٣

إذا كانت (س°، ص + ١) = (٣٢،  $\sqrt[٣]{٢٧}$ )  
 فأوجد قيمة كل من س، ص

الحل

س° = ٣٢  $\therefore$  س° = ٢  
 $\therefore$  س = ٢  
 $\sqrt[٣]{٢٧} = ١ + ص \therefore ٣ = ١ + ص \therefore$   
 $\therefore$  ص = ٢

٤

إذا كانت (س - ١، ١١) = (٨، ص + ٣)  
 فأوجد قيمة  $\sqrt{٢ + ص}$

الحل

س - ١ = ٨  $\therefore$  س = ٩  
 ص + ٣ = ١١  $\therefore$  ص = ٨  
 $\therefore \sqrt{٢ + ص} = \sqrt{٢ + ٨} = \sqrt{١٠}$   
 $٥ = \sqrt{٢٥} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥}$

إذا كان أ : ب : ج = ٥ : ٧ : ٣  
 وكان أ + ب = ٢٧، ٦  
 فأوجد قيمة كل من أ، ب، ج

أ = ٥ م ، ب = ٧ م ، ج = ٣ م  
 بالتعويض في أ + ب = ٢٧، ٦  
 $\therefore ٥م + ٧م = ٢٧، ٦$   
 $١٢م = ٢٧، ٦$   
 $\therefore ٢، ٣ = م$   
 أ = ٥م = ١٠، ٥ = ٢، ٣  $\times$  ٥  
 ب = ٧م = ١٦، ١ = ٢، ٣  $\times$  ٧  
 ج = ٣م = ٦، ٩ = ٢، ٣  $\times$  ٣

إذا كانت  $\frac{س}{٣} = \frac{س}{٣}$  فأوجد قيمة:  $\frac{س^٣ + ٢س}{س - ٦}$

س = ٢ م ، ص = ٣ م  
 النسبة =  $\frac{س^٣ + ٢س}{س - ٦} = \frac{٢^٣ + ٢ \times ٢}{٢ - ٦} = \frac{٨ + ٤}{-٤} = \frac{١٢}{-٤} = -٣$   
 $\frac{٣}{٤} = \frac{١٢}{١٦} = \frac{٣}{٤}$

## حساب الانحراف للجدول التكراري ذي المجموعات

◆ العمود الأول س نكتب فيه مركز المجموعة

ويحسب كالتالي :

$$\text{مركز المجموعة} = \frac{\text{الحد الأدنى} + \text{الحد الأعلى}}{2}$$

مثال ٣ احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري الآتي:

المجموعة	-٠	-٤	-٨	-١٢	٢٠-١٦	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٢	٩	٢٥

الحل

نحسب مراكز المجموعات لنكتبها في عمود س

$$١٠ = \frac{١٢ + ٨}{٢} = ١٠, ٦ = \frac{٨ + ٤}{٢} = ٦, ٢ = \frac{٤ + ٠}{٢} = ٢$$

$$١٨ = \frac{٢٠ + ١٦}{٢} = ١٨, ١٤ = \frac{١٦ + ١٢}{٢} = ١٤$$

س	ك	س × ك	س - س	س - س	س - س
٢	٣	٦	٩,٦-	٩٢,١٦	٢٧٦,٤٨
٦	٤	٢٤	٥,٦-	٣١,٣٦	١٢٥,٤٤
١٠	٧	٧٠	١,٦-	٢,٥٦	١٧,٩٦
١٤	٢	٢٨	٢,٤	٥,٧٦	١١,٥٢
١٨	٩	١٦٢	٦,٤	٤٠,٩٦	٣٦٨,٦٤
مج	٢٥	٢٩٠	XX	XX	٨٠٠

$$\text{الوسط س} = \frac{\text{مج (س × ك)}}{\text{مج ك}} = \frac{٢٩٠}{٢٥} = ١١,٦$$

$$\text{الانحراف } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مج (س - س)}^2}{\text{مج ك}}}$$

$$٥,٧ = \sqrt{\frac{٨٠٠}{٢٥}} =$$

احسب الانحراف المعياري للقيم:

٢٧ ، ٢٠ ، ٥ ، ٣٢ ، ١٦

الحل

$$\text{الوسط س} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددهم}}$$

$$٢٠ = \frac{١٠٠}{٥} = \frac{٢٧+٢٠+٥+٣٢+١٦}{٥} =$$

س	س - س	(س - س)²
١٦	٢٠ - ١٦ = ٤-	١٦
٣٢	٢٠ - ٣٢ = ١٢-	١٤٤
٥	٢٠ - ٥ = ١٥-	٢٢٥
٢٠	٢٠ - ٢٠ = ٠	٠
٢٧	٢٠ - ٢٧ = ٧-	٤٩
مج	XXX	٤٣٤

$$٩,٣ = \sqrt{\frac{٤٣٤}{٥}} = \sqrt{\frac{\text{مج (س - س)}^2}{ن}} = \sigma$$

مثال ٢ احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للتوزيع التكراري الآتي:

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

الحل

س	ك	س × ك	س - س	س - س	س - س
٠	٨	٠	٢٠ - ٠ = ٢٠-	٤	٣٢ = ٨ × ٤
١	١٦	١٦	٢٠ - ١ = ١٩-	١	١٦ = ١٦ × ١
٢	٥٠	١٠٠	٢٠ - ٢ = ١٨-	٠	٠ = ٥٠ × ٠
٣	٢٠	٦٠	٢٠ - ٣ = ١٧-	١	٢٠ = ٢٠ × ١
٤	٦	٢٤	٢٠ - ٤ = ١٦-	٤	٢٤ = ٦ × ٤
مج	١٠٠	٢٠٠	XX	XX	٩٢

$$\text{الوسط س} = \frac{\text{مج (س × ك)}}{\text{مج ك}} = \frac{٢٠٠}{١٠٠} = ٢$$

$$\text{الانحراف } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مج (س - س)}^2}{\text{مج ك}}}$$

$$١ = \sqrt{\frac{٩٢}{١٠٠}} =$$



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :-

- (١) النقطة (٣- ، ٤) تقع في الربع .....  
 (أ) الأول (ب) الثاني (ج) الثالث (د) الرابع
- (٢) إذا كان  $3 = أ$  ،  $4 = ب$  فإن  $أ : ب =$  .....  
 (أ)  $3 : 4$  (ب)  $4 : 3$  (ج)  $3 : 7$  (د)  $4 : 7$
- (٣) إذا كان ن (س) = ٣ ، ن (س × ص) = ١٢ فإن ن (ص) = .....  
 (أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ١٥ (د) ٣٦
- (٤) إذا كانت س = { ٢ } ، ص = { ٣ } فإن س × ص = .....  
 (أ) ٦ (ب) { ٣ } (ج) (٣ ، ٢) (د) { (٣ ، ٢) }
- (٥) إذا كان ن (س) = ٢ ، ن (ص × س) = ٦ فإن ن (ص) = .....  
 (أ) ٤ (ب) ٩ (ج) ١٦ (د) ١٢
- (٦) إذا كان س ص = ٧ فإن ص = ٢٠ .....  
 (أ)  $\frac{1}{س}$  (ب) س - ٧ (ج) س (د) س + ٧
- (٧) إذا كان (٢ ، س-١) = (ص ، ٠) فإن س + ص = .....  
 (أ) ٣ (ب) ١ (ج) ٢ (د) ٣-
- (٨) الرابع متناسب للأعداد ٣ ، ٦ ، ٨ هو .....  
 (أ) ٤ (ب) ٧ (ج) ١٦ (د) ٢٠
- (٩) العلاقة التي تمثل تغيراً طردياً بين المتغيرين س ، ص هي .....  
 (أ) س ص = ٥ (ب) ص = س + ٣ (ج)  $\frac{س}{٤} = \frac{ص}{٣}$  (د)  $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٥}$
- (١٠) الجذر التربيعي الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابي يسمى .....  
 (أ) المدى (ب) الوسط الحسابي (ج) الانحراف المعياري (د) المنوال
- (١١) إذا كان ص = ٢٠ س وكان ص = ٢ عندما س = ٨ فإن ص = ٣ عندما س = .....  
 (أ) ١٦ (ب) ١٢ (ج) ٢٤ (د) ٦
- (١٢) المدى لمجموعة القيم ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوي .....  
 (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ١٢
- (١٣) إذا كانت أ ، ٤ ، ب ، ٩ كميات متناسبة فإن  $\frac{أ}{ب} =$  .....  
 (أ)  $\frac{٩}{٤}$  (ب)  $\frac{٤}{٩}$  (ج)  $\frac{٩}{٤}$  (د)  $\frac{٤}{٩}$
- (١٤) إذا كانت د (س) = ٧ فإن د (٣-) = .....  
 (أ) ٧ (ب) ٧- (ج) ٢١ (د) ٢١-

- (١٥) أسهل وأبسط مقاييس التشتت هو .....  
 ( أ ) المنوال ( ب ) الوسيط ( ج ) المدى ( د ) الانحراف المعياري
- (١٦) إذا كان: أ ، ٢ س ، ب ، ٣ س كميات متناسبة فإن أ : ب = .....  
 ( أ ) ١ : ٢ ( ب ) ١ : ٣ ( ج ) ٣ : ٢ ( د ) ٢ : ٣
- (١٧) إذا كان ٣ س ص = ٨ فإن .....  
 ( أ ) س ٣٠ ص ( ب ) ص ٣٠ س ( ج ) ٣ س ٨ ص ( د ) س ٣٠  $\frac{1}{ص}$
- (١٨) إذا كانت ١٨ هي أكبر مفردات مجموعة ما وكان المدى = ٦ فإن أصغر مفردات المجموعة = .....  
 ( أ ) ٨ ( ب ) ١٢ ( ج ) ٢٤ ( د ) ٣٦
- (١٩) إذا كانت (س - ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣) فإن  $\sqrt{س + ٢ ص} = \dots\dots\dots$   
 ( أ ) ٣ ( ب ) ٥ ( ج ) ٩ ( د ) ٢٥
- (٢٠) إذا كانت ن (س) = ٩ فإن ن (س) = .....  
 ( أ ) ٣ ( ب ) ٦ ( ج ) ٩ ( د ) ١٢
- (٢١) إذا كان (٥ ، ٣)  $\in \{٦ ، ٣\} \times \{٨ ، س\}$  فإن س = .....  
 ( أ ) ٨ ( ب ) ٦ ( ج ) ٥ ( د ) ٣
- (٢٢) إذا كانت النقطة (س - ٢ ، ٤ - س) تقع في الربع الثالث فإن س = .....  
 ( أ ) ٢ ( ب ) ٣ ( ج ) ٤ ( د ) ٦
- (٢٣) إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س ، وكانت س =  $\sqrt[٣]{٣}$  عندما ص =  $\frac{٢}{\sqrt[٣]{٣}}$  فإن ثابت التناسب = .....  
 ( أ )  $\frac{1}{٢}$  ( ب )  $\frac{٢}{٣}$  ( ج ) ٢ ( د ) ٦
- (٢٤) إذا كانت النقطة (٥ ، ب - ٧) تقع على محور السينات فإن ب = .....  
 ( أ ) ٢ ( ب ) ٥ ( ج ) ٧ ( د ) ١٢
- (٢٥) الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من البيانات هو .....  
 ( أ ) المنوال ( ب ) الوسيط ( ج ) الوسط ( د ) المدى
- (٢٦) إذا كانت  $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{ج}{٤} = \frac{١٢ - ب + ٥ ج}{٣ س}$  فإن س = .....  
 ( أ ) ٢١ ( ب ) ٧ ( ج ) ٣ ( د ) ٤
- (٢٧) الدالة د : د(س) = ٣ س يمثلها بيانيا خط مستقيم يمر بالنقطة .....  
 ( أ ) (٠ ، ٣) ( ب ) (٠ ، ٠) ( ج ) (٠ ، ٣) ( د ) (٣ ، ٣)
- (٢٨) الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧ يساوى .....  
 ( أ ) ٩ ( ب ) ٩ - ( ج )  $٩ \pm$  ( د ) ١٥

**مهمة جدا**

## تراكمي

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١  $\{1, 0\} - [3, 1] = \dots$  (أ)  $[3, 1]$  (ب)  $[3, 1]$  (ج)  $[3, 1]$  (د)  $\{3\}$

٢ مجموعة حل المعادلة  $(س - ١) = ٩$  في ح هي ..... (أ)  $\{٤\}$  (ب)  $\{٢-\}$  (ج)  $\{٢-, ٤\}$  (د)  $\{٣\}$

٣ إذا كانت  $س^٢ = ٢٤$  فإن  $س = \dots$  (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٦٤

٤ إذا كانت  $\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{س} + \frac{٣}{٢}$  فإن  $س = \dots$  (أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٣ (د)  $\frac{٣}{٢}$

٥ ٢٠٪ من ١٠ جنيهات = ..... جنيه (أ) ٢ (ب) ٢,٥ (ج) ٥ (د) ٢٠

٦ إذا كان  $س$  عددا سالبا فإن أكبر الأعداد التالية هو ..... (أ)  $٣ + س$  (ب)  $٣ س$  (ج)  $٣ - س$  (د)  $\frac{٣}{س}$

٧  $\dots = (٢ + \sqrt{٥})(٢ - \sqrt{٥})$  (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١

٨ إذا كان  $أ^٢ - ب^٢ = ١٢$ ،  $أ + ب = ٣$  فإن  $أ - ب = \dots$  (أ) ٨ (ب) ٤ (ج) ١٥ (د) ٣٦

٩  $\dots = \{٥, ١\} \cup [٥, ١]$  (أ)  $[٥, ١]$  (ب)  $[٥, ١]$  (ج)  $[٥, ١]$  (د)  $[٥, ١]$

١٠  $ح = \dots$  (أ)  $ح \cap ح$  (ب)  $ن \cap ن$  (ج)  $ح \cup ح$  (د)  $ن \cup ن$

١١ المعكوس الضربي للعدد  $\frac{\sqrt[٣]{٢}}{\sqrt[٣]{٦}}$  هو ..... (أ)  $\frac{\sqrt[٣]{٢}}{\sqrt[٣]{٦}}$  (ب)  $\sqrt[٣]{٦}$  (ج)  $\sqrt[٣]{٢}$  (د)  $٢ - \sqrt[٣]{٢}$



# امتحان رقم ١ جبر

أ/ محمود عوض

س١: اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

- (١) الرابع متناسب للأعداد ٤ ، ١٢ ، ١٦ هو .....  
 (أ) ٤٨ (ب) ١٢ (ج) ١٦ (د) ٤  
 (٢) العلاقة التي تمثل تغيراً طردياً بين المتغيرين س ، ص هي .....  
 (أ)  $s = 5v$  (ب)  $v = s + 3$  (ج)  $\frac{s}{3} = \frac{v}{4}$  (د)  $\frac{s}{5} = \frac{v}{2}$   
 (٣) المدى لمجموعة القيم ٧ ، ٢ ، ٩ ، ١٦ ، ٢٦ ، ٨ هو .....  
 (أ) ٩ (ب) ١٦ (ج) ٧ (د) ٢٤  
 (٤) إذا كانت النقطة (س-٤ ، ٢-س) تقع في الربع الثالث فإن س = .....  
 (أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦  
 (٥) إذا كان  $s = 5$  ،  $v = 4$  فإن  $(s \times v) =$  .....  
 (أ) ٢٠ (ب) ٩ (ج) ٥ (د) ١  
 (٦) إذا كان ف عدداً فردياً فإن العدد الفردي التالي له هو .....  
 (أ)  $f^2$  (ب)  $f^2 + f$  (ج)  $f + 1$  (د)  $f + 2$

السؤال الثاني:

(أ) إذا كانت  $s = 2$  ،  $v = 3$  ،  $v = 4$  ،  $v = 5$  فأوجد:  
 (١)  $s \times v$  (٢)  $v(s)$

(ب) إذا كانت  $15 = 3v$  فأوجد قيمة  $\frac{9 + v}{2 + v}$

السؤال الثالث:

(أ) إذا كانت ص  $\propto \frac{1}{s}$  وكانت  $v = 3$  عندما  $s = 2$  فأوجد:

(١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما  $s = 5$

(ب) إذا كانت  $s = 1$  ،  $v = 3$  ،  $v = 4$  ،  $v = 5$  ،  $v = 6$  وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني "أ + ب = ٧ لكل أ  $\in$  س ، ب  $\in$  ص اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا مع ذكر السبب؟

السؤال الرابع:

(أ) إذا كانت ب وسطاً متناسباً بين أ ، ج فاثبت أن:  $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$

(ب) إذا كانت د (س)  $s^2 - 2$  ، ر (س)  $s - 2$   
 (١) اثبت أن د (٢)  $r = 2$  (٢) إذا كانت ر (ك)  $v = 7$  فأوجد قيمة ك

السؤال الخامس:

(أ) مثل بيانياً الدالة د (س)  $s^2 + 2s - 4$  متخذاً س  $\in [-4, 2]$

ومن الرسم استنتج: (١) إحداثي رأس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل

(ب) فيما يلي التوزيع التكراري لأعمار ١٠ أطفال:

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعياري للعمر بالسنوات

## امتحان رقم ٢ جبر

أ/ محمود عوض

س١: اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين:

(١) إذا كان  $\frac{أ}{٥} = \frac{ب}{٤} = \frac{أ+ب}{ك}$  فإن ك = .....

(أ) ٥ (ب) ٤ (ج) ٩ (د) ١

(٢) الوسط الحسابي للقيم ١، ٢، ٣، ٤، ٥ هو .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٤ (د) ٦

(٣) إذا كانت ن (س) = ٣، ص = {٤، ٥} فإن ن (س × ص) = .....

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) ٥ (د) ٦

(٤) إذا كانت ٧، س،  $\frac{١}{ص}$  فى تناسب متسلسل، فإن س<sup>٢</sup>ص = .....

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٧ (د) ٩

(٥) إذا كانت جميع المفردات متساوية فى القيمة فإن .....

(أ) س = صفر (ب) σ = صفر (ج) س - س < صفر (د) س - س > صفر

(٦) أربعة أمثال العدد ٢<sup>٨</sup> هو .....

(أ) ٣٢٢ (ب) ٨<sup>٨</sup> (ج) ١٠٢ (د) ٤<sup>٨</sup>

السؤال الثانى: (أ) إذا كانت (س+٣، ٩) = (٥، ص<sup>٢</sup>) فأوجد قيم س، ص

(ب) إذا كانت ص = ٢٠  $\frac{١}{س}$  وكانت ص = ٤ عندما س = ٢ فأوجد:

(٢) العلاقة بين ص، س (٢) قيمة ص عندما س = ٨

السؤال الثالث: (أ) إذا كانت س = {٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} وكانت ع علاقة على س

حيث أ ع ب تعنى "أ ضعف ب" لكل أ ∈ س، ب ∈ س

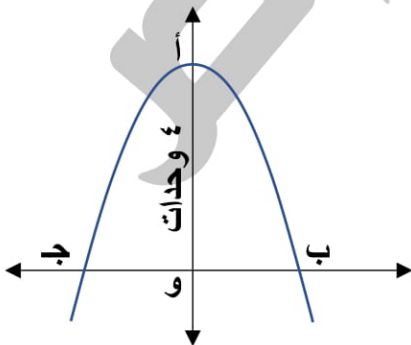
اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمى وهل ع دالة أم لا مع ذكر السبب؟ وهل ٢ ع ٤؟

(ب) إذا كانت ب وسطا متناسبا بين أ، ج فاثبت أن:  $\frac{أ-ب}{ج-ب} = \frac{ب}{ج}$

السؤال الرابع: (أ) إذا كانت  $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٤} = \frac{٢س-ص+ع}{٣}$  فأوجد قيمة م

(ب) احسب الانحراف المعياري للقيم ٤، ٨، ١٢، ١٠، ٦

السؤال الخامس: (أ) الشكل المقابل يمثل منجنى الدالة د:



حيث د(س) = م - س<sup>٢</sup> فإذا كان أ و = ٤ وحدات فأوجد:

(١) قيمة م

(٢) إحداثى ب، ج

(٣) مساحة المثلث الذى رؤوسه أ، ب، ج

(ب) إذا كانت د: ح حيث د(س) = ٢س + أ وكانت د(٣) = ٩ فأوجد:

(١) قيمة أ

(٢) نقط تقاطع المستقيم الممثل للدالة د مع محورى الإحداثيات

# امتحان رقم ٣ جبر

أ/ محمود عوض

س١ : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- (١) من مقاييس التشتت .....  
 ( أ ) الوسيط ( ب ) الوسط الحسابي ( ج ) الانحراف المعياري ( د ) المنوال
- (٢) إذا كان  $\frac{5}{3} = \frac{1}{ب}$  فإن  $\frac{3}{5} = \frac{أ}{ب}$  .....  
 ١ ( أ ) ١٥ ( ب ) ٣ ( ج )  $\frac{5}{3}$  ( د ) ٥
- (٣) إذا كانت د (س) = ٢ ، فإن د (١) + د (-١) = .....  
 ( أ ) صفر ( ب ) ١ ( ج ) ٢ ( د ) ٤
- (٤) إذا كانت النقطة (س - ١ ، ٣) تقع على محور الصادات فإن س = .....  
 ٢ ( أ ) ٠ ( ب ) ١ ( ج ) ٣ ( د ) ٤
- (٥) إذا كانت ٥ - أ - ٤ ب = صفر فإن  $\frac{أ}{ب}$  = .....  
 ( أ )  $\frac{4}{5}$  ( ب )  $\frac{5}{4}$  ( ج ) ٩ ( د ) ٢٠
- (٦) ربع العدد  $٢^٨$  هو .....  
 ( أ )  $٢^٢$  ( ب )  $٢^٨$  ( ج )  $٢^٦$  ( د )  $١٠٢$

السؤال الثاني : ( أ ) إذا كانت س = { ٢ ، ١- } ، ص = { ٤ ، ٠ } ، ع = { ٤ ، ٥ ، ٢- } فأوجد :  
 (٢) س × ص (٢) (ص ∩ ع) × س (٣) ن (ص) (٤)

( ب ) أوجد العدد الذي إذا أضيف إلى مقدم النسبة ١٥ : ١٣ وطرح من تاليها فإنها تصبح ٣ : ٤

السؤال الثالث : ( أ ) إذا كانت ص ٣٠ س وكانت ص = ٦ عندما س = ٣ فأوجد :  
 (١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما س = ٥

( ب ) إذا كانت س = { ٣ ، ٢ ، ١ } ، ص = { ١ ،  $\frac{1}{٢}$  ،  $\frac{1}{٣}$  ،  $\frac{1}{٥}$  } وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني أن العدد أ هو المعكوس الضربي للعدد ب اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمي وبين أن ع دالة واكتب مداها ؟

السؤال الرابع : ( أ ) إذا كانت أ ، ب ، ج ، د في تناسب متسلسل فاثبت أن :  $\frac{أ}{ب + د} = \frac{ج}{ج + د}$

( ب ) إذا كانت (س٣ ، ص + ١) = (٨ ، ٣) فأوجد قيمة : س + ٣

السؤال الخامس : ( أ ) مثل بيانيا الدالة د (س) = ٤ - س٢ متخذاً س ∈ [٣- ، ٣]

ومن الرسم استنتج : (١) إحداثي رأس المنحنى (٢) معادلة محور التماثل (٣) القيمة الصغرى أو العظمى

( ب ) احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم : ٨ ، ١٣ ، ٢٠ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١



# امتحان رقم ٤ جبر

أ/ محمود عوض

س ١ : اختر الإجابة الصحيحة مما بين القوسين :

- (١) الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧ هو .....  
 (أ) ٩ (ب)  $9 -$  (ج)  $9 \pm$  (د) ١
- (٢)  $\{ ١ ، ٠ \} - [ ٥ ، ١ ] =$  .....  
 (أ)  $[ ٥ ، ١ ]$  (ب)  $[ ٥ ، ١ [$  (ج)  $] ٥ ، ١ ]$  (د)  $] ٥ ، ١ [$
- (٣) إذا كانت د (س) = ٢ فإن د (٢) + د (٢-) = .....  
 (أ) ١ (ب) ٤ (ج)  $٤ -$  (د) ١
- (٤) ٢٠٪ من ١٠ جنيهات = ..... جنيهه  
 (أ) ٢ (ب) ٢,٥ (ج) ٥ (د) ٢٠
- (٥) إذا كان المدى للقيم ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٥ هو ٦ فإن .....  
 (أ) ٣ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ١٢
- (٦)  $\sqrt[3]{٦٤} = \sqrt[3]{.....}$   
 (أ) ٢ (ب) ١٦ (ج) ٨ (د) ٤

السؤال الثاني: (أ) إذا كانت س =  $\{ ٢ ، ١ ، ١ - \}$  ، ص =  $\{ ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢ \}$  وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث أ ع ب تعني "ب = ٢ + أ" لكل أ  $\in$  س ، ب  $\in$  ص اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمي وهل ع دالة أم لا مع ذكر السبب؟

(ب) إذا كانت  $\frac{٢١س - ص}{٧س - ع} = \frac{ص}{ع}$  فاثبت أن ص  $\propto$  ع

السؤال الثالث: (أ) إذا كانت ص تتغير عكسيا مع س<sup>٢</sup> وكانت س = ٣ عندما ص = ٤ فأوجد:  
 (٣) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة س عندما ص = ٩

(ب) إذا كانت النقطة (أ ، ٤) إحدى نقط الدالة د (س) = ٢س + ب فأوجد قيمة ٦ + ٣ ب

السؤال الرابع: (أ) إذا كانت س ، ص ، ع ، ل كميات متناسبة فاثبت أن:  $\frac{ص - س}{س} = \frac{ل - ع}{ع}$

(ب) أوجد العدد الذي إذا أضيف مربعه إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

السؤال الخامس: (أ) مثل بيانيا الدالة د (س) = (س - ٢)<sup>٢</sup> متخذا س  $\in$   $[ ٥ ، ١ - ]$

ومن الرسم استنتج: (١) معادلة محور التماثل (٢) القيمة الصغرى للدالة

(ب) فيما يلي التوزيع التكرارى التالى يبين عدد أطفال بعض الأسر في إحدى المدن:

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

احسب الانحراف المعياري لعدد الأطفال